

数Ⅱ 三角関数

★弧度法

左辺の単位は「度」、右辺の単位は「ラジアン」。

$$\begin{array}{llll} 0^\circ = 0 & 180^\circ = \pi & 360^\circ = 2\pi & \\ 30^\circ = \frac{\pi}{6} & 45^\circ = \frac{\pi}{4} & 60^\circ = \frac{\pi}{3} & 90^\circ = \frac{\pi}{2} \end{array}$$

★ $(-\theta)$ や $(\theta + \frac{\pi}{2})$ や $(\theta + \pi)$ の三角比

$$\begin{array}{lll} \sin(-\theta) = -\sin\theta & \sin\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = \cos\theta & \sin(\theta + \pi) = -\sin\theta \\ \cos(-\theta) = \cos\theta & \cos\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin\theta & \cos(\theta + \pi) = -\cos\theta \\ \tan(-\theta) = -\tan\theta & \tan\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{1}{\tan\theta} & \tan(\theta + \pi) = \tan\theta \end{array}$$

※ $(\theta + 2n\pi)$ の三角関数 (n は整数) は、 θ の三角関数に等しい。

★加法定理

☆ \sin と \cos の加法定理

$$\begin{array}{ll} \sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta & \sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta \\ \cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta & \cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta \end{array}$$

☆ \tan の加法定理

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha\tan\beta} \qquad \tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan\alpha - \tan\beta}{1 + \tan\alpha\tan\beta}$$

★2倍角の公式

$$\begin{array}{l} \sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha \\ \cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1 \\ \tan(\alpha + \beta) = \frac{2\tan\alpha}{1 - \tan^2\alpha} \end{array}$$

★半角の公式

$$\sin^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos\alpha}{2} \qquad \cos^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 + \cos\alpha}{2}$$

★三角関数の合成

$$\begin{aligned} & a\sin\theta + b\cos\theta \\ &= \sqrt{a^2 + b^2} \left(\sin\theta \cdot \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} + \cos\theta \cdot \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right) \\ &= \sqrt{a^2 + b^2} (\sin\theta \cos\alpha + \cos\theta \sin\alpha) \\ &= \sqrt{a^2 + b^2} \sin(\theta + \alpha) \end{aligned}$$

ただし α は、 $\sin\alpha = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$, $\cos\alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ を満たす角。