

数 I 論証

☆命題

★p ならば q

$$p \Rightarrow q$$

p は q であるための十分条件 q は p であるための必要条件

ベン図では、集合 P が集合 Q にすっぽりと入る $P \subset Q$

★「p ならば q」かつ「q ならば p」

$$p \Leftrightarrow q$$

p は q であるための必要十分条件 q は p であるための必要十分条件

p と q は同値

★「p⇒q」の否定

反例を一つでも示せば OK。

☆条件の否定

★ド・モルガンの法則

「p か つ q」でない \Leftrightarrow 「p でない」または「q でない」

「p または q」でない \Leftrightarrow 「p でない」か つ「q でない」

$$\overline{p \cap q} \Leftrightarrow \overline{p} \cup \overline{q} \quad \overline{p \cup q} \Leftrightarrow \overline{p} \cap \overline{q}$$

☆命題同士の関係

★(もとの命題)

「p」ならば「q」 $p \Rightarrow q$

★逆

「q」ならば「p」 $q \Rightarrow p$

★裏

「p でない」ならば「q でない」 $\overline{p} \Rightarrow \overline{q}$

★対偶 (=逆の裏・裏の逆)

「q でない」ならば「p でない」 $\overline{q} \Rightarrow \overline{p}$

★真偽の一致

「もとの命題」と「対偶」は真偽が一致する。

☆命題の証明方法

★普通に証明する

★対偶を利用した証明

もとの命題が証明しにくいので、代わりに対偶を証明する。

対偶が真と証明できれば、自動的にもとの命題も真であると言える。

★背理法

その命題が成り立たない世界を仮定したとき、そこに生じる矛盾を探す。

矛盾が見つければ「その命題が成り立たないわけではない」となり、証明が完了する。